

## Problem des Monats Dezember 2024 / Januar 2025

### Logik mit Mützen

Aufgrund des immer größer werdenden Geschenkeaufkommens zu Weihnachten will der Weihnachtsmann zahlreiche neue Helferwichtel einstellen. Die Bewerber werden allerdings harten Eignungstests unterzogen, um festzustellen, ob sie später den intellektuellen Anforderungen ihres Berufs gerecht werden können.

#### Aufgabe 1

Der Weihnachtsmann erklärt zunächst zehn der Bewerber, wie ihr Test ablaufen wird:



„Zuerst werde ich jedem von euch zehn entweder eine rote oder eine blaue Mütze aufsetzen. Ihr steht dabei in einer Reihe so hintereinander, dass jeder nur die Mützenfarben derjenigen anderen Wichtel erkennen kann, die vor ihm in der Reihe stehen. Insbesondere kennt keiner von euch seine eigene Mützenfarbe.“

Beginnend mit dem letzten Wichtel in der Reihe (der also die anderen neun vor sich sieht) werde ich nach und nach jedem die Frage stellen: „Welche Farbe hat deine Mütze?“, und das einzige, was der Befragte daraufhin sagen darf, ist: „Rot!“, oder: „Blau!“ (Kein verräterisches Husten! Kein Antippen des Vordermanns mit dem Finger! usw.). Diese Antwort hören alle von euch.

Bevor der Test gleich beginnt, dürft ihr euch noch kurz beraten. Überlegt euch dabei eine Strategie, wie ihr vorgehen könnt, damit möglichst viele von euch ihre tatsächliche Mützenfarbe nennen!“

#### Aufgabe 2

Schließlich beschreibt der Weihnachtsmann hundert anderen Wichteln ihren Test:

„Zuerst werde ich jedem von euch entweder eine rote oder eine blaue Mütze aufsetzen. Dabei wird mindestens einer von euch eine rote Mütze erhalten. Ihr steht dabei so in einem Kreis, dass jeder die Mützenfarben aller anderen Wichtel erkennen kann, nur seine eigene Mützenfarbe nicht.“

Ich werde dann in regelmäßigen Abständen mit meinem Weihnachtsglöckchen läuten. Alle diejenigen von euch, die in dem Moment, in dem das Glöckchen läutet, wissen, welche Farbe die eigene Mütze hat, sollen dann den Kreis verlassen und brauchen nicht weiter am Test teilzunehmen.“

Als das ganze dann durchgeführt wird, passiert 99-mal gar nichts, als das Glöckchen läutet. Beim hundertsten Mal verlassen dann alle Wichtel gleichzeitig den Kreis. Der Weihnachtsmann ist zufrieden und stellt alle Wichtel ein. Wie viele von ihnen trugen eine rote Mütze?

Zusatzfrage: Wie würde der Test ablaufen, wenn 73 der Wichtel eine blaue und 27 eine rote Mütze trügen und alle sich ebenfalls logisch korrekt verhielten?