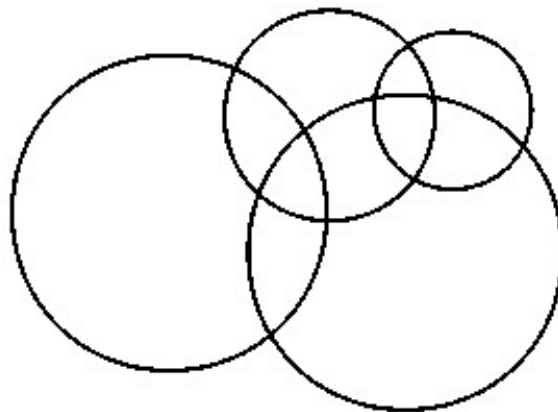


Problem des Monats Januar 2023

Landkarten färben

Die Abbildung zeigt vier Kreise, die das Blatt Papier in verschiedene Gebiete einteilen. Diese „Landkarte“ soll nun so gefärbt werden, dass keine zwei Gebiete mit einer gemeinsamen Grenze dieselbe Farbe bekommen. (Zwei Gebiete, die nur einem Punkt gemeinsam haben, dürfen allerdings dieselbe Farbe haben.)



Aufgaben

- Male die Abbildung gemäß der Regel aus. Versuche dabei, möglichst wenige Farben zu verwenden. Wie viele Farben brauchst du?
- Zeichne die Abbildung noch einmal ab, und zeichne dann einen zusätzlichen Kreis ein, der genau einen anderen Kreis schneiden soll. Färbe wiederum gemäß der Regel. Ändert sich dadurch die Zahl der benötigten Farben?
- Ändert sich etwas an dieser Zahl, wenn dein zusätzlicher neuer Kreis jetzt zwei, drei oder mehr andere Kreise schneiden soll?
- Beschreibe eine Methode, mit der man eine Landkarte, die aus einer beliebigen Anzahl von Kreisen besteht, gemäß der Regel mit möglichst wenigen Farben ausmalen kann.
- Beweise den folgenden Satz: Eine (beliebige, nicht notwendigerweise aus Kreisen bestehende) Landkarte kann genau dann gemäß der Regel mit zwei Farben gefärbt werden, wenn in jedem Punkt, in dem sich Grenzlinien treffen, die Anzahl dieser sich treffenden Grenzlinien gerade ist.