

Problem des Monats Februar 2020

Zerlegung von Dreiecken in gleichschenklige Dreiecke

Diesen Monat soll es um die Frage gehen, welche Dreiecke sich in gleichschenklige Dreiecke zerlegen lassen. Dabei heiÙe im Folgenden ein Dreieck n -zerlegbar, wenn es in n gleichschenklige Dreiecke zerlegt werden kann.

Aufgabe 1

- Man zeige, dass jedes rechtwinklige Dreieck 2-zerlegbar ist.
- Welche anderen Dreiecke sind ebenfalls 2-zerlegbar? Etwas anders gefragt: Welche Eigenschaften haben Dreiecke, die aus zwei gleichschenkligen Dreiecken zusammengesetzt wurden?

Aufgabe 2

- Man zeige, dass jedes gleichschenklige Dreieck 3-zerlegbar ist.
- Man zeige, dass jedes n -zerlegbare Dreieck auch $(n + 2)$ -zerlegbar ist.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass es auÙer den gleichschenkligen noch andere Dreiecke gibt, die 3-zerlegbar sind. Beispielsweise sind alle spitzwinkligen Dreiecke 3-zerlegbar, ebenso alle rechtwinkligen.

Von den oben untersuchten 2-zerlegbaren Dreiecken sind jedoch nicht alle auch 3-zerlegbar, so dass die in Verschärfung von Aufgabe 2, b) formulierte Vermutung, jedes n -zerlegbare Dreieck sei auch $(n + 1)$ -zerlegbar, falsch ist. Dies folgt natürlich auch schon direkt aus Aufgabe 1, denn nicht jedes 1-zerlegbare (d. h. gleichschenklige) Dreieck ist 2-zerlegbar. Das sind dann aber auch die einzigen Ausnahmen, wie die folgende Aufgabe zeigt.

Aufgabe 3

Man zeige, dass jedes Dreieck n -zerlegbar ist für alle $n \geq 4$.