

## Problem des Monats Februar 2020

### Zerlegung von Dreiecken in gleichschenklige Dreiecke

Diesen Monat soll es um die Frage gehen, welche Dreiecke sich in gleichschenklige Dreiecke zerlegen lassen. Dabei heiße im Folgenden ein Dreieck  $n$ -zerlegbar, wenn es in  $n$  gleichschenklige Dreiecke zerlegt werden kann.

#### Aufgabe 1

- Man zeige, dass jedes rechtwinklige Dreieck 2-zerlegbar ist.
- Welche anderen Dreiecke sind ebenfalls 2-zerlegbar? Etwas anders gefragt: Welche Eigenschaften haben Dreiecke, die aus zwei gleichschenkligen Dreiecken zusammengesetzt wurden?

#### Aufgabe 2

- Man zeige, dass jedes gleichschenklige Dreieck 3-zerlegbar ist.
- Man zeige, dass jedes  $n$ -zerlegbare Dreieck auch  $(n + 2)$ -zerlegbar ist.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass es außer den gleichschenkligen noch andere Dreiecke gibt, die 3-zerlegbar sind. Beispielsweise sind alle spitzwinkligen Dreiecke 3-zerlegbar, ebenso alle rechtwinkligen.

Von den oben untersuchten 2-zerlegbaren Dreiecken sind jedoch nicht alle auch 3-zerlegbar, so dass die in Verschärfung von Aufgabe 2, b) formulierte Vermutung, jedes  $n$ -zerlegbare Dreieck sei auch  $(n + 1)$ -zerlegbar, falsch ist. Dies folgt natürlich auch schon direkt aus Aufgabe 1, denn nicht jedes 1-zerlegbare (d. h. gleichschenklige) Dreieck ist 2-zerlegbar. Das sind dann aber auch die einzigen Ausnahmen, wie die folgende Aufgabe zeigt.

#### Aufgabe 3

Man zeige, dass jedes Dreieck  $n$ -zerlegbar ist für alle  $n \geq 4$ .