

Problem des Monats Juni / Juli 2019

Der Satz von Haga

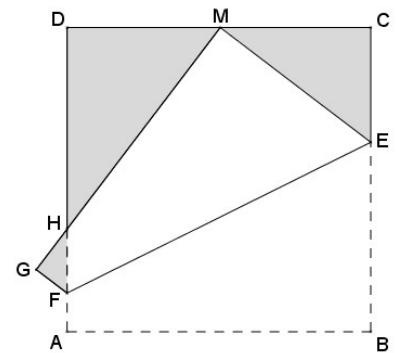
Offensichtlich kann man beim Papierfalten eine gegebene Strecke leicht halbieren, vierteln, achteln, ... Dass man sie ebenso leicht dritteln, fünfteln, sechsteln, ... kann, ist der Inhalt des in der Origami-Mathematik bekannten Satzes von Haga:

Spezialfall

Gegeben ist ein quadratisches Stück Papier mit Seitenlänge 1. Man falte nun die Ecke B auf die Mitte der Seite CD (s. Abb.). Dann hat die sich ergebende Strecke DH die Länge $\frac{2}{3}$.

Man begründe diese Behauptung, indem man zeigt:

- Die grau gefärbten Dreiecke CME , DHM und FHG sind ähnlich.
- Das Dreieck CME hat das Seitenverhältnis $3 : 4 : 5$ (das gilt dann wegen a) für alle drei gefärbten Dreiecke).
- Die Seite DH des Dreiecks DHM hat die Länge $\frac{2}{3}$.



Also hat in der obigen Abb. die Hälfte der Strecke DH die Länge $\frac{1}{3}$ (das gilt hier natürlich auch direkt für die Strecke AH).

Allgemeiner Fall

Nun liegt die Frage nahe, was passiert, wenn man die „Haga-Konstruktion“ einen Schritt weiterführt (s. Abb.):

- Wie lang ist die sich ergebende Strecke DH , wenn man die Ecke B des Quadrats so auf die Strecke CD faltet, dass die Strecke CM die Länge $\frac{1}{3}$ hat?
- Allgemein: dieselbe Frage wie in a) mit $\frac{1}{n}$ statt $\frac{1}{3}$.

Die Begründungen sind analog zum obigen Spezialfall.

