

Problem des Monats Juni / Juli 2016

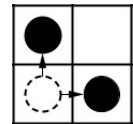


Freiheit für die Klone!

Das folgende Problem wurde von Maxim Kontsevich in den 1980er Jahren gestellt und erlangte einige Bekanntheit, weil es einerseits sehr leicht zu formulieren ist, andererseits aber zu seiner allgemeinen Lösung originelle mathematische Ideen vonnöten sind.

Worum geht es? In der linken unteren Ecke eines nach rechts und oben unendlich ausgedehnten Spielfeldes ist ein roter Bereich abgegrenzt (das „Gefängnis“), in dem sich zu Beginn ein Spielstein befindet (der „Klon“ – es können auch mehrere Klone vorgegeben sein).

Ein Zug besteht darin, einen Klon vom Spielfeld zu entfernen und ihn durch zwei Kopien zu ersetzen: jeweils eine in den rechts und oben angrenzenden Feldern (s. Abb.). Dies ist allerdings nur dann erlaubt, wenn diese beiden Felder leer sind. Das Ziel ist es nun, alle Klone in endlich vielen Zügen aus dem Gefängnis zu befreien.



Man überlege, ob das in den folgenden Situationen möglich ist oder nicht und begründe alle Vermutungen:

