

Problem des Monats November 2018

Demokratie nach Piratenart¹

Zehn Piraten haben einen Schatz von 100 Goldstücken ergattert und wollen nun die Beute verteilen. Wie alle Piraten sind sie sehr demokratisch organisiert, so dass die Verteilung auf die folgende Weise vonstatten gehen soll:

Zunächst macht der wildeste Pirat einen Vorschlag zur Verteilung der Goldstücke. Darüber wird dann abgestimmt, wobei alle Piraten inklusive des Vorschlagenden genau eine Stimme haben. Bei mindestens 50% Zustimmung wird dieser Vorschlag sodann umgesetzt, ansonsten wird der Vorschlagende über Bord geworfen und das Verfahren mit dem nächstwildesten Piraten wiederholt.

Jedem Piraten macht es außerordentlichen Spaß, einen der seinen über Bord gehen zu sehen, aber im Zweifel bevorzugt er dann doch hartes Gold. Dabei möchte natürlich niemand selbst gern über Bord geworfen werden. Alle Piraten wissen, dass jeder von ihnen genauso denkt. Außerdem sind keine zwei Piraten gleich wild, sondern es gibt eine eindeutige Hackordnung, die jedem bekannt ist. Weil insbesondere kein Pirat sich auf das bloße Wort eines anderen verlassen würde, sind zudem Vorschläge verboten, die irgendwelche nachträglichen Absprachen beinhalten – jeder versucht auf sich alleingestellt, für sich selbst das meiste herauszuholen.



Aufgabe 1

Welchen Vorschlag sollte der wildeste Pirat machen?

Aufgabe 2

Nun soll auch noch untersucht werden, wie es aussieht, wenn mehr als zehn Piraten die 100 Goldstücke aufteilen.

- Erläutere zunächst den Vorschlag des wildesten Piraten für jede Anzahl von Piraten bis 200.
- Für mehr als 200 Piraten beachte man, dass niemand gern über Bord geworfen werden will. Zeige, dass es das erste Mal bei 202 Piraten der Fall ist, dass der wildeste Pirat unter verschiedenen für ihn gleichwertigen Vorschlägen wählen kann.
- Zeige schließlich, dass bei noch mehr Piraten das demokratische Verteilungssystem zu folgendem Ergebnis führt: Meist gehen die wildesten Piraten über Bord (welche können zumindest ihr Leben retten?), und nur die 200 friedlichsten haben überhaupt eine Chance auf einen Anteil von der Beute, wobei tatsächlich nur die Hälfte von diesen etwas bekommt.
„Selig sind die Sanfmütigen; denn sie werden das Erdreich besitzen.“ (Matthäus 5,5)

¹Siehe STEWART, Ian: A Puzzle for Pirates. In: *Scientific American* (Mai 1999), S. 98–99