Problem des Monats März 2018

Nim-Varianten

Aus der kombinatorischen Spieltheorie ist bekannt, dass das im letzten Jahr diskutierte Nim-Spiel[1] der Prototyp aller sogenannten „neutralen Spiele“ ist – denn die Nim-Gewinnstrategie lässt sich in optimale Spielstrategien für jedes dieser Spiele übersetzen.

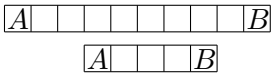
Kennst du die Nim-Gewinnstrategie, solltest du insbesondere auch bei den folgenden Spielen erläutern können, welcher Spieler unter welchen Umständen wie gewinnen kann:[2]

a) Auf den Feldern 0 bis n sind Münzen verteilt (auf jedem Feld beliebig viele). Der an der Reihe befindliche Spieler nimmt eine einzige Münze und legt sie auf einem Feld mit kleinerer Nummer wieder ab. Gewinner ist, wer den letzten Zug macht.

b) Es werden Münzen nebeneinandergelegt, die von 1 bis n nummeriert seien. Ein Zug besteht darin, eine „Zahl“ zeigende Münze k umzudrehen sowie, falls gewünscht, irgendeine weitere Münze $i < k$. Gewinner ist, wer es schafft, dass alle Münzen „Kopf“ zeigen.

c) Die Spieler A und B dividieren eine vorgegebene natürliche Zahl n abwechselnd durch eine Primzahlpotenz, so dass die Division aufgeht. Gewinner ist, wer als Ergebnis 1 erhält.

d) Jeder der beiden Spieler besitzt zwei Spielsteine, die zu Spielbeginn wie angegeben auf zwei Spielbahnen verteilt sind:



A und B verschieben jeweils abwechselnd jeweils einen ihrer Steine in einer der beiden Bahnen (die in jedem Zug beliebig gewählt werden darf). Der Stein darf jeweils über beliebig viele leere Felder nach links oder rechts verschoben werden (d. h. der gegnerische Stein darf nicht übersprungen werden). Gewonnen hat derjenige, der seinen Gegner in jeder der zwei Bahnen in die Ecke getrieben hat, so dass dieser keinen erlaubten Zug mehr ausführen kann.

Als Variation kann die Anzahl und Länge der Spielbahnen beliebig geändert werden.

[1] Siehe Problem des Monats März 2017.

[2] Übrigens ist auch das im Problem des Monats Dezember 2011 / Januar 2012 vorgestellte Spiel neutral, wobei allerdings die Nim-Gewinnstrategie nicht ganz so offensichtlich übertragen werden kann.