

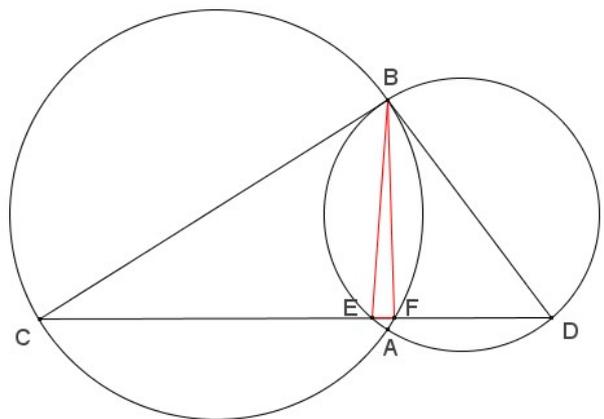
Problem des Monats November 2014

Falsche Beweise

„Geometrie ist die Wissenschaft von korrekter Beweisführung anhand falscher Figuren.“
George Pólya (1887-1985)

Aufgabe 1 (Ein Dreieck mit zwei rechten Winkeln)

Man zeichne zwei Kreise, die sich in den Punkten A und B schneiden, und zeichne die Kreisdurchmesser BC und BD . Dann schneidet die Strecke CD die beiden Kreise in den Punkten E und F . Da E auf dem Kreisbogen über der Seite BD liegt, ist nach dem Satz von Thales der Winkel $\sphericalangle DEB$ ein rechter. Da F auf dem Kreisbogen über der Seite BC liegt, ist ebenfalls nach Thales auch der Winkel $\sphericalangle BFC$ ein rechter. Folglich hat das Dreieck EFB zwei rechte Winkel.



Aufgabe 2 (Rechte und stumpfe Winkel sind gleich groß)

Gegeben sei ein Viereck $ABCD$ mit gleichlangen Seite AD und BC , wobei der Winkel $\sphericalangle BAD$ ein rechter sei und der Winkel $\sphericalangle CBA$ ein stumpfer.

Daher ist die Seite AB nicht parallel zur Seite CD , und die Mittelsenkrechten der beiden Seiten schneiden sich in einem Punkt, der E genannt werde. Einerseits sind die Strecken DE und CE gleichlang, weil E auf der Mittelsenkrechten zu CD liegt, andererseits sind die Strecken AE und BE gleichlang, weil E auf der Mittelsenkrechten zu AB liegt. Laut Kongruenzsatz SSS sind somit die Dreiecke ADE und BCE kongruent. Insbesondere sind daher die Winkel $\sphericalangle EAD$ und $\sphericalangle CBE$ gleich groß. Da aber das Dreieck BAE gleichschenkelig ist mit gleichgroßen Winkeln $\sphericalangle EAB$ und $\sphericalangle ABE$, folgt, dass die Winkel $\sphericalangle BAD$ und $\sphericalangle CBA$ gleich groß sind, dass also ein rechter und ein stumpfer Winkel gleich groß sind.

