

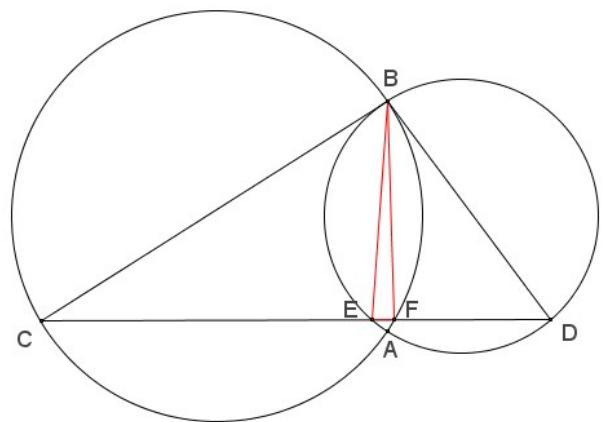
## Problem des Monats November 2014

### Falsche Beweise

„Geometrie ist die Wissenschaft von korrekter Beweisführung anhand falscher Figuren.“  
George Pólya (1887-1985)

#### Aufgabe 1 (Ein Dreieck mit zwei rechten Winkeln)

Man zeichne zwei Kreise, die sich in den Punkten  $A$  und  $B$  schneiden, und zeichne die Kreisdurchmesser  $BC$  und  $BD$ . Dann schneidet die Strecke  $CD$  die beiden Kreise in den Punkten  $E$  und  $F$ . Da  $E$  auf dem Kreisbogen über der Seite  $BD$  liegt, ist nach dem Satz von Thales der Winkel  $\sphericalangle DEB$  ein rechter. Da  $F$  auf dem Kreisbogen über der Seite  $BC$  liegt, ist ebenfalls nach Thales auch der Winkel  $\sphericalangle BFC$  ein rechter. Folglich hat das Dreieck  $EFB$  zwei rechte Winkel.



#### Aufgabe 2 (Rechte und stumpfe Winkel sind gleich groß)

Gegeben sei ein Viereck  $ABCD$  mit gleichlangen Seite  $AD$  und  $BC$ , wobei der Winkel  $\sphericalangle BAD$  ein rechter sei und der Winkel  $\sphericalangle CBA$  ein stumpfer.

Daher ist die Seite  $AB$  nicht parallel zur Seite  $CD$ , und die Mittelsenkrechten der beiden Seiten schneiden sich in einem Punkt, der  $E$  genannt werde. Einerseits sind die Strecken  $DE$  und  $CE$  gleichlang, weil  $E$  auf der Mittelsenkrechten zu  $CD$  liegt, andererseits sind die Strecken  $AE$  und  $BE$  gleichlang, weil  $E$  auf der Mittelsenkrechten zu  $AB$  liegt. Laut Kongruenzsatz  $SSS$  sind somit die Dreiecke  $ADE$  und  $BCE$  kongruent. Insbesondere sind daher die Winkel  $\sphericalangle EAD$  und  $\sphericalangle CBE$  gleich groß. Da aber das Dreieck  $BAE$  gleichschenkelig ist mit gleichgroßen Winkeln  $\sphericalangle EAB$  und  $\sphericalangle ABE$ , folgt, dass die Winkel  $\sphericalangle BAD$  und  $\sphericalangle CBA$  gleich groß sind, dass also ein rechter und ein stumpfer Winkel gleich groß sind.

