

Problem des Monats August / September 2022

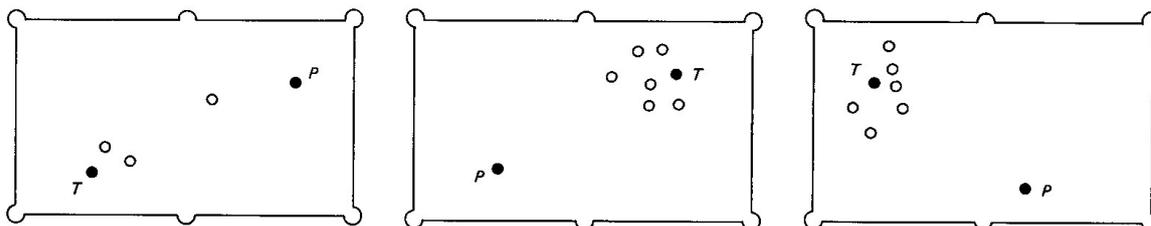
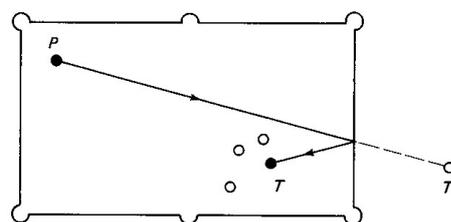
Mathematisches Billard

Eins vorweg: Auf unserem mathematischen Billardtisch rollt eine einmal angestoßene Kugel immer geradeaus weiter und wird an den Banden gemäß des Reflexionsgesetzes zurückgeworfen (es gibt also keine Reibung und keinen Effet).

Aufgabe 1

In den drei Abbildungen unten soll jeweils mit der Spielkugel P die Zielkugel T getroffen werden, wobei über Bande gespielt werden muss, da der direkte Weg durch andere Kugeln versperrt ist.

Wie findet man nun aber einen möglichen Weg? Einen Hinweis darauf liefert die Abbildung rechts (die dort dargestellte Methode lässt sich entsprechend erweitern, wenn über mehrere Banden gespielt werden muss ...).



Ab jetzt werden die Kugeln als punktförmig angesehen, und der Billardtisch hat nur in den vier Ecken (ebenfalls punktförmige) Löcher. Eine Kugel fällt also nur dann in ein Loch, wenn sie *genau* eine der Ecken des Tisches trifft.

Aufgabe 2

Ein Billardtisch ist 8×6 Einheitsquadrate groß. Auf ihm wird mit einer einzigen Kugel gespielt, die im Winkel von 45° vom unteren linken Loch abgestoßen wird (s. Abb.). In welches Loch fällt die Kugel?

Untersuche diese Frage auch für andere Billardtische. Gib allgemein an, in welches Loch die Kugel fällt, wenn sie auf einem $m \times n$ -Billardtisch im Winkel von 45° vom unteren linken Loch abgestoßen wird.

