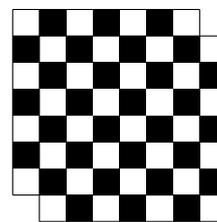


Problem des Monats Februar 2021

Eine bunte Vielfalt an Puzzlen

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, ein 8×8 -Schachbrett mit 2×1 -Dominos zu überdecken? Diese Frage stellt sich als ein unerwartet schwieriges mathematisches Problem heraus, und erst 1961 konnte der britische theoretische Physiker M. E. Fisher zeigen, dass die Antwort $2^4 \cdot 901^2 = 12\,988\,816$ ist.

Wir betrachten nun ein ähnliches Problem: Von einem 8×8 -Schachbrett werden zwei gegenüberliegende Eckfelder entfernt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dieses Feld mit 31 Dominosteinen zu überdecken?



Man könnte vermuten, dass auch hier die Antwort schwierig zu finden ist. Es gibt aber ein geniales Argument, welches sofort die Lösung liefert: Jeder auf das Schachbrett gelegte Dominostein überdeckt genau ein weißes und ein schwarzes Feld, insgesamt gibt es in diesem Fall jedoch 32 weiße und 30 schwarze Felder. Eine Überdeckung ist also unmöglich!

Solche „Färbeargumente“ sind oft hilfreich, um zu beweisen, dass ein bestimmtes Puzzle keine Lösung hat.

Aufgabe 1

Kann man aus den 5 „Tetrominos“ (unten der Reihe nach: I-, L-, O-, S- und T-Tetromino) ein Rechteck legen?



Aufgabe 2

Der Boden eines Badezimmers mit rechteckigem Grundriss ist mit I- und O-Tetrominos gefliest. Nun wird eine der Fliesen beschädigt, wobei man jedoch eine Ersatzfliese des anderen Typs zur Verfügung hat.

Man begründe, dass es aber leider mit der Ersatzfliese vom anderen Typ nicht klappen kann, den Boden lückenlos zu überdecken, auch wenn man alle Fliesen anders als vorher anordnen darf.

Aufgabe 3

Warum kann man mit I-Tetrominos kein 10×10 -Quadrat legen?