Beispiele zur Lösungsdokumentation mit dem GTR

Operator ***berechne:*** *Eine Argumentation, die sich auf das Ablesen von Werten und Zusammenhängen am Funktionsgraphen oder auf die Verwendung von Rechnerfunktionen zur Analyse einer Funktion stützt (z. B. Angabe von Maxima/Minima), erfüllt nicht die Erwartungen an die Dokumentation*.[1]

Die zugrundeliegenden mathematischen Ausdrücke (z.B. Gleichungen oder Terme) sind explizit anzugeben. Unabdingbar ist die Einordnung des Ergebnisses in den (Sach-) Zusammenhang. Die bloße Angabe eines mit dem GTR gewonnenen Ergebnisses reicht für eine vollständige Lösung nicht aus.[1]

Hinweis: Die folgenden Vorschläge sind exemplarisch. Lösungswege, die von den folgenden abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, werden auch akzeptiert.

Operator „angeben“

Hier braucht immer nur kommentarlos das Ergebnis hingeschrieben zu werden, ohne jegliche Herleitung oder Begründung.

Operatoren „berechnen“ vs. „bestimmen“/ „ermitteln“

„Berechnen“: Es sind durchgängig rechnerische Ansätze samt Lösungsweg darzustellen. Davon unbenommen ist, dass auch hier (wie prinzipiell immer im nicht-hilfsmittelfreien Klausurteil) der GTR mit all seiner Macht eingesetzt werden darf.

„Bestimmen“ / „Ermitteln“: Bedeutet ungefähr: „Nutze beliebige GTR-Funktionen als black box – schreibe nur dazu, dass du den GTR genutzt hast.“

Beispiele zur Illustration

<table>
<tr><td colspan="2">Lokale Extremstellen von $f(x)=x^3+2x^2$</td></tr>
<tr><td>Operator: berechnen (bzw. rechnerisch bestimmen, rechnerisch ermitteln)</td><td>Operator: bestimmen oder ermitteln</td></tr>
<tr><td>Die Angabe der Ableitungsfunktionen (verwendet man das VZW, ist die Angabe von f“ natürlich entbehrlich) und der notwendigen und hinreichenden Bedingung sind zwingend erforderlich (wobei die Vokabeln „notwendig“ bzw. „hinreichend“ nicht vorgeschrieben sind → maßgeblich ist wie immer das Vorgehen im Unterricht).

$f'(x)=3x^2+4x$
$f''(x)=6x+4$</td><td>Die beiden Extremstellen wurden mithilfe des GTR grafisch bestimmt:

Lokale Extremstellen:
HP (-1,33|1,19)
TP (0|0)</td></tr>
</table>

1 siehe: *Hinweise zur Dokumentation von Lösungen bei Einsatz des GTR in der schriftlichen Abiturprüfung Mathematik (ab 2017), Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW*

Notwendige Bedingung: $f'(x)=0$ l (lösen mit polyRoots) => x_1 = 0 und x_2=-1,33 Hinreichende Bedingung $f'(x)=0$ und f''(x)$\neq 0$: $f''(0)=4>0 \Rightarrow TP\ bei\ x=0$ $f''(-1{,}33)=-4<0 \Rightarrow HP\ bei\ x=-1{,}33$ Lokale Extremstellen: f(0) =0 => HP (-1,33|1,19); f(-1,33) = 1,19 => TP (0|0)	
Wert des Integrals $\int_1^3 (x^2+1)\,dx$	
Operator: ***berechnen*** *(bzw. rechnerisch bestimmen, rechnerisch ermitteln)*	Operator: ***bestimmen*** *oder* ***ermitteln***
Die Angabe der Stammfunktion ist zwingend erforderlich: $F(x)=\frac{1}{3}x^3+x$ ist eine Stammfunktion des Integranden Anwendung des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung $\int_1^3 (x^2+1)\,dx=F(3)-F(1)=\frac{32}{3}$	Der Wert des Integrals wurde mithilfe des GTR numerisch bestimmt: $\int_1^3 (x^2+1)\,dx=\frac{32}{3}$
Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f(x) = x² – 2 und der waagerechten Achse	
Operator: ***berechnen*** *(bzw. rechnerisch bestimmen, rechnerisch ermitteln)*	Operator: ***bestimmen*** *oder* ***ermitteln***
Sei f(x)=x² – 2 Es ist f(x) = 0 für x = –1,41 und x = 1,41 laut GTR. $\int_{-1{,}41}^{1{,}41} f(x)\,dx=\left[\frac{1}{3}x^3-2x\right]_{-1{,}41}^{1{,}41}\approx -3{,}77$ Also ist der Flächeninhalt ca. 3,77 (Flächeneinheiten).	Das Integral über f(x)=x² – 2 zwischen ihren Nullstellen hat laut GTR den Wert –3,77. Also ist der Flächeninhalt 3,77 FE.
Lösen eines LGS (Schnittpunkt zweier Geraden finden) $\vec{g_1}: \vec{x}=\begin{pmatrix}4\\2\\8\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\4\\3\end{pmatrix};\ \vec{g_2}: \vec{x}=\begin{pmatrix}5\\8\\21\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}1\\1\\5\end{pmatrix}$	
Operator: ***berechnen*** *(bzw. rechnerisch bestimmen, rechnerisch ermitteln)*	Operator: ***bestimmen*** *oder* ***ermitteln***
Gleichsetzen der Geradengleichungen (dabei Umbenennen des Parameters r bei g_2 in s): $\vec{g_1}=\vec{g_2}$ Liefert das lineare Gleichungssystem:	Gleichsetzen der Geradengleichungen (dabei Umbenennen des Parameters r bei g_2 in s) und numerisches Lösen des LGS mit dem GTR liefert: r=1 und s=-2

<table>
<tr><td>$\left| \begin{array}{r} 4-r=5+s \\ 2+4r=8+s \\ 8+3r=21+5s \end{array} \right|$

Die Lösung des LGS wurde mit dem GTR numerisch bestimmt:
r=1 und s=-2

$Ortsvektor\ des\ SP: \vec{s}=\begin{pmatrix}4\\2\\8\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}-1\\4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\6\\11\end{pmatrix}$

Der Schnittpunkt S ist damit S(3|6|11)</td><td>Damit ergibt sich der Schnittpunkt S(3|6|11)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Wahrscheinlichkeit für 12 Treffer einer B(50; 0,25; 12)-verteilten (binomialverteilt mit n=50, p=0,25) Zufallsgröße</td></tr>
<tr><td>Operator: berechnen (bzw. rechnerisch bestimmen, rechnerisch ermitteln)</td><td>Operator: bestimmen oder ermitteln</td></tr>
<tr><td>X: Zufallsvariable definieren (je nach Anwendungskontext, z.B. X=Anzahl der Treffer)
X ist binomialverteilt mit den Parametern p = 0,25 und n = 50

$P(X=12)=\binom{50}{12}\cdot 0{,}25^{12}\cdot 0{,}75^{38}\approx 0{,}13$

Die Wahrscheinlichkeit, in 50 Versuchen genau 13 „Treffer“ zu erzielen liegt bei etwa 13%.</td><td>X: Zufallsvariable definieren (je nach Anwendungskontext, z.B. X=Anzahl der Treffer)
X ist binomialverteilt mit den Parametern p = 0,25 und n = 50

Mithilfe des GTR:
$P(X=12)\approx 0{,}13$

Die Wahrscheinlichkeit, in 50 Versuchen genau 12 „Treffer“ zu erzielen liegt bei etwa 13%.</td></tr>
</table>

Zusätze zu Operatoren

Im Einzelfall kann die Aufgabenstellung durch konkretisierende Zusätze ergänzt werden, so dass die Wahl des Lösungswegs eingeschränkt ist oder weitergehende Anforderungen an die Dokumentation des Lösungswegs gestellt werden (z.B. „Berechnen Sie unter Verwendung von …“).[1]

Beispiel „Graphisch bestimmen“

a) Bestimme graphisch den Zeitraum, in dem der Wasserstand höher als 2 m ist. [Wasserstandsgraph ist abgebildet]

   → Man kann etwa in die Abb. eine Waagerechte auf Höhe 2 m einzeichnen sowie die Schnittpunkte mit dem Graphen markieren.

b) Bestimme graphisch den Flächeninhalt zwischen Graph und waagerechter Achse. [Graph ist abgebildet]

→ Man kann die „Anzahl der Kästchen“ nachvollziehbar zählen, oder Teilflächen mit leicht ermittelbarem Inhalt in die Abb. einzeichnen, oder …